

Министерство образования и науки Республики Башкортостан
Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Кумертауский горный колледж

Рассмотрено на заседании
ЦК общеобразовательных дисциплин
Протокол № _____ от «__» _____ 20__ г.
Председатель ЦК _____ /Гришаева Е.С./

Согласовано
Протокол №__ от «__» _____ 20__ г.
Методист _____ /Лапина Л.А./

План
открытого урока
по дисциплине «Математика»
на тему: *«Угол между векторами. Скалярное произведение векторов»*

Разработал преподаватель
математики ГАПОУ КГК:
_____ Самохвалова О.И.

Тема урока: «Угол между векторами. Скалярное произведение векторов»

Тип урока: комбинированный урок

Форма урока: урок-соревнование, обеспечивающий повторение и систематизацию учебного материала, контроль знаний учащихся, их коррекцию.

Цель урока: обобщить и систематизировать знания и умения учащихся по предыдущей теме, изучить новый материал, подготовиться к практической работе

Задачи урока

Образовательные:

- ✓ организовать работу учащихся по систематизации знаний основных теоретических вопросов темы;
- ✓ закрепить и углубить знания и умения учащихся применять основные понятия и формулы по изучаемой теме.

Развивающие:

- ✓ развивать навыки самостоятельной деятельности учащихся, навыки самоконтроля, активность учащихся,
- ✓ формировать учебно-познавательные действия, коммуникативные, исследовательские навыки учащихся, умение анализировать и устанавливать связь между элементами темы.

Воспитательные:

- ✓ воспитать патриотизм в каждом учащемся;
- ✓ воспитывать культуру умственного труда; способность к самоанализу, рефлексии; волю к победе;
- ✓ воспитывать умение критически относиться к результатам деятельности.

Реализуемые ОК, ЛР:

ОК 3. Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ЛР 1. Осознающий себя гражданином и защитником великой страны.

ЛР 13. Демонстрирующий готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения в профессиональной деятельности.

Педагогические технологии: элементы обучения в сотрудничестве (работа в подгруппах) и коллективного взаимообучения.

Оборудование: доска, мел, интерактивная доска, проектор, ноутбук, раздаточные материалы.

Структура урока

1. Организационная часть (2 мин)
2. Мотивационная часть (3 мин)
3. Основная часть: актуализация опорных знаний, обобщающее повторение (40 мин)
Работа по блокам (ведется одновременно):
 - 3.1 «Работа у доски» (20 мин)
 - 3.2. «Работа в подгруппах» (20 мин)
 - 3.3. «Фронтальный опрос» (20 мин)
 - 3.4. Проверка заданий (20 мин)
4. Объяснение новой темы (20 мин)
5. Закрепление новой темы: решение задач (20 мин)
6. Подведение итогов урока (2 мин)
7. Рефлексия урока (1 мин)
8. Выдача домашнего задания (2 мин)

Ход урока (2 часа)

1. Организационная часть (2 мин.)

Здравствуйте, ребята! Займите, пожалуйста, свои места. Сегодня мы с вами должны повторить тему «Координаты и векторы». Наша задача вспомнить все, что мы изучали по данной теме.

2. Мотивационная часть (3 мин.)



На сегодняшнем занятии мы закрепим и углубим наши знания по этой теме, а также изучим новый материал по теме: «Угол между векторами. Скалярное произведение векторов».

Сегодняшнее занятие пройдет в виде математического соревнования. Сейчас я вам раздам ленточки определенного цвета, таким образом, я разделю вас на три группы. Самый сильный участник группы будет капитаном команды. Каждая команда получает задания трех видов: 1) работа в парах, 2) работа капитанов у доски, 3) часть членов команды, не получившая карточки с заданиями, примет участие во фронтальном опросе. Итак, приступаем! Всем командам – удачи!

3. Основная часть: актуализация опорных знаний, обобщающее повторение (40 мин.)

Блок 1. Работа у доски (капитаны)

Задание 1.1: Капитаны от каждой команды приглашаются к доске для решения и подробного объяснения домашнего задания. На оформление и объяснение задач всеми капитанами отводится не более 20 мин.

Задача №1. Командир минометной батареи получил задачу на уничтожение противника и его огневых средств в районе, ограниченном точками $A(6; 7; 3)$, $B(5; 4; -1)$, $C(9; 6; 2)$. Какова площадь района обстрела?

Задача №2. В трех наблюдательных пунктах, координаты которых $A(5; 1; -3)$, $B(-2; 3; 4)$, $C(1; -6; 2)$, одновременно был зарегистрирован звук залпа батареи противника. Найдите периметр расположения батареи противника.

Задача №3. В ходе ведения разведки РД №56 установила непроходимые участки местности. Определить расстояние между пунктами А и В, если известны координаты вершин треугольника АВС: $A(1; 6; 0)$, $C(-3; 4; 2)$ и длина отрезка $|BC|=5,2$ км.

Блок 2. Работа в подгруппах

Задание 2.1: Любые два участника каждой команды получают карточку с заданием, на выполнение которой отводится 10-15 мин, затем ребята подгруппы обмениваются тетрадями и выполняют взаимопроверку, выставляя при этом напарнику оценку, опираясь на критерии оценивания.



Команда № 1	
<i>Выполнить свой вариант, затем обменяться тетрадями с напарником, выполнить взаимопроверку</i>	
Вариант №1	Вариант №2
<p>1) Упростить выражение: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{FN} =$</p> <p>2) Даны векторы: $\vec{a}(2; 3; 0), \vec{b}(4; 1; 5)$. Найти координаты вектора $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$</p>	<p>1) Упростить выражение: $\overrightarrow{ML} - \overrightarrow{TK} + \overrightarrow{NM} - \overrightarrow{KA} - \overrightarrow{BT} + \overrightarrow{LA} - \overrightarrow{NB} =$</p> <p>2) Даны векторы: $\vec{a}(-2; 1; 4), \vec{b}(7; 2; -5)$. Найти координаты вектора $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$</p>
Команда № 2	
<i>Выполнить свой вариант, затем обменяться тетрадями с напарником, выполнить взаимопроверку</i>	
Вариант №3	Вариант №4
<p>1) Даны точки: K, L, M, N, не лежащие на одной прямой. Представьте вектор \overrightarrow{KL} в виде алгебраической суммы векторов: $\overrightarrow{NK}, \overrightarrow{NM}, \overrightarrow{ML}$</p> <p>2) Даны точки: $A(0; 1; -2), B(2; 3; 4), C(-1; 1; 0)$. Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$.</p>	<p>1) Даны точки: Q, R, S, T, не лежащие на одной прямой. Представьте вектор \overrightarrow{RQ} в виде алгебраической суммы векторов: $\overrightarrow{TQ}, \overrightarrow{ST}, \overrightarrow{RS}$</p> <p>2) Даны точки: $M(2; -4; 4), N(-3; 5; -2), P(0; 0; 8)$. Найдите координаты векторов $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP}$.</p>
Команда № 3	
<i>Выполнить свой вариант, затем обменяться тетрадями с напарником, выполнить взаимопроверку</i>	
Вариант №5	Вариант №6
<p>1) Запишите координаты векторов: $\vec{a} = 8\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$, $\vec{c} = -6\vec{i} + 15\vec{k}$</p>	<p>1) Запишите координаты векторов: $\vec{a} = 10\vec{j} - 6\vec{k}$, $\vec{b} = 7\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{c} = -5\vec{j} + 3\vec{k}$</p>

Выясните, какие векторы коллинеарны.

2) Найти расстояние между точками:
 $A(9; 3; -5), B(2; 10; -5)$.

Выясните, какие векторы коллинеарны.

2) Найти расстояние между точками:
 $M(3; 7; -4), N(5; -3; 2)$.

Блок 3. Фронтальный опрос

Задание 3.1. Каждый из свободных участников команд принимает участие во фронтальном опросе, в то время, пока все остальные участники работают над индивидуальными заданиями. На данный блок отводится 20 мин.



1. Сформулируйте определение вектора ...
2. Сформулируйте определение нулевого вектора ...
3. Сформулируйте определение длины вектора ...
4. Сформулируйте определение коллинеарных векторов ...
5. Сформулируйте определение сонаправленных векторов ...
6. Сформулируйте определение противоположно направленных векторов ...
7. Сколько можно отложить векторов от данной точке, равных данному вектору ...
8. Какие векторы называются противоположными ...
9. Сформулируйте определение произведения вектора на число ...
10. Какое равенство справедливо для коллинеарных векторов ...
11. Сформулируйте определение компланарных векторов ...
12. Какое равенство справедливо для трех компланарных векторов ...
13. Из трех компланарных векторов, любые два вектора должны быть ...
14. Сформулируйте правило параллелепипеда ...
15. Любой вектор можно разложить ...
16. Перечислите названия координатных осей в прямоугольной системе координат в пространстве ...
17. Сколько координат имеет каждая точка пространства....
18. Если точка М лежит на оси ОХ, то она имеет координаты...;
- Если точка М лежит на оси ОУ, то она имеет координаты...;
- Если точка М лежит на оси ОZ, то она имеет координаты
19. Если точка М лежит в координатной плоскости ХОУ, то она имеет координаты...;
- Если точка М лежит в координатной плоскости ХОZ, то она имеет координаты ...;
- Если точка М лежит в координатной плоскости YOZ, то она имеет координаты....
20. Сформулируйте определение единичного.
21. Назовите координатные.
22. Как записать координаты вектора с помощью координатных векторов.
23. Какие координаты имеют равные векторы.
- 24 Чему равны координаты суммы векторов.
25. Чему равны координаты разности векторов.
26. Чему равны координаты произведения вектора на действительное число.

27. Сформулируйте определение радиус-вектора.
 28. С помощью, какой формулы находят координаты вектора.
 29. С помощью, какой формулы находят координаты середины отрезка.
 30. С помощью, какой формулы находят длину вектора.
 31. С помощью, какой формулы находят расстояние между двумя точками.

4. Объяснение новой темы (20 мин)

4.1. Ввести понятие угла между векторами.

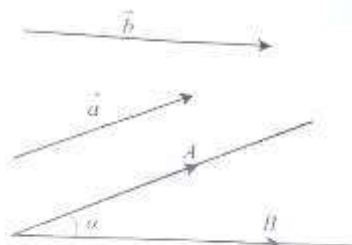


Рис. 1

Возьмем два произвольных вектора \vec{a} и \vec{b} . Отложим их от какой-нибудь точки O , получим векторы $\vec{OA} = \vec{a}$ и $\vec{OB} = \vec{b}$. Если векторы \vec{a} и \vec{b} не являются сонаправленными, то лучи OA и OB образуют угол AOB (рис. 1).

Градусную меру этого угла обозначим буквой α и будем говорить, что угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен α . Если же векторы \vec{a} и \vec{b} сонаправлены, то будем считать, что угол между ними равен 0° .

Определение. Если угол между векторами равен 90° , то векторы называются перпендикулярными (ортогональными).

Угол между векторами \vec{a} и \vec{b} обозначается так $\widehat{\vec{a} \vec{b}}$.

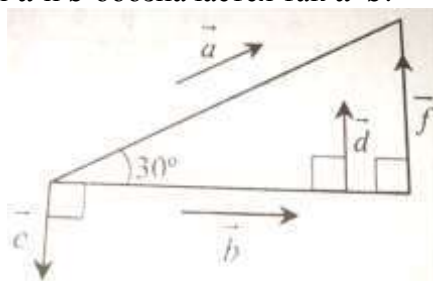


Рис. 2

На рис. 2 изображены векторы, углы между ними таковы: $\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 30^\circ$, $\widehat{\vec{a} \vec{c}} = 120^\circ$, $\widehat{\vec{a} \vec{d}} = 60^\circ$, $\widehat{\vec{c} \vec{b}} = 90^\circ$, $\widehat{\vec{d} \vec{f}} = 0^\circ$, $\widehat{\vec{d} \vec{c}} = 180^\circ$. Причем на рис. 2 $\vec{d} \perp \vec{b}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$, $\vec{f} \perp \vec{b}$.

2. Ввести понятие скалярного произведения векторов.

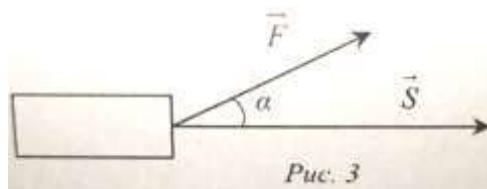
Определение. Скалярное произведение векторов это число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}}).$$

$$\text{Отсюда } \cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}}) = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}.$$

Обратить внимание, что $(\vec{a} \cdot \vec{b})$ - скаляр (число). Термин ввел в 1845 г. У.Гамильтон, английский математик.

3. Пример применения скалярного произведения в физике (рис. 3).



Пусть под действием постоянной силы \vec{F} тело совершило механическое перемещение, которое задается вектором \vec{S} . Если $(\vec{F}, \vec{S}) = \alpha$, то для вычисления работы A , совершенной силой \vec{F} , используют формулу $A = |\vec{F}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos \alpha$, что по определению является скалярным произведением $\vec{F} \cdot \vec{S}$.



4. Доказательство утверждений рассматривается по усмотрению учителя.

Утверждение 1. Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.

Утверждение 2. Скалярный квадрат вектора $(\vec{a} \cdot \vec{a})$ равен квадрату его длины, то есть $(\vec{a} \cdot \vec{a}) = |\vec{a}|^2$

5. Скалярное произведение векторов в координатной форме.

Пусть даны векторы $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$, тогда справедливы формулы:

$$1) (\vec{a} \cdot \vec{b}) = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2;$$

2) Так как длины векторов \vec{a} и \vec{b} выражаются соответственно формулами $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$, $|\vec{b}| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$, причем $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$, то справедлива формула:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

6. Свойства скалярного произведения векторов:

$$1) \vec{a}^2 \geq 0;$$

$$2) \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$3) (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$4) k \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b}) = (k \vec{a}) \cdot \vec{b}$$

5. Закрепление новой темы: решение задач (20 мин)

1. Решить задачу № 1 (у доски и в тетрадях).

При взятии обороны командир отделения указал стрелку огневую позицию в точке $A(2; 4; 0)$ и сектор ведения огня: справа – точка $B(-1; 2; 1)$, слева – точка $C(6; 0; 3)$. Определите угол обстрела.

2. Решить задачу № 2 (у доски и в тетрадях).

Орудие, находящиеся в точке $A(-4; -1; 1)$, подбило танк, расположенный в точке $B(-1; 1; 0)$. Определить угол, на который необходимо развернуть орудие, чтобы поразить бронетранспортер, находящийся в точке $C(3; -2; 1)$.



6. Подведение итогов урока (2 мин.)

Итак, пришло время подвести итоги урока. Каждый из вас получал баллы за выполнение того или иного задания, эти баллы выставим в сводную таблицу, опираясь на следующие критерии:

1. Критерии оценивания парных заданий:

- Верно выполнены 2 задачи – оценка «отлично»;
- Верно выполнена 1,5 задачи – оценка «хорошо»;
- Верно выполнена любая 1 задача – оценка «удовлетворительно»;
- Нет верно решенных задач – оценка «неудовлетворительно».

2. Критерии оценивания заданий у доски (капитаны):

- Верно выполненная задача – оценка «отлично»;
- Верно выполнена 0,5 задачи – оценка «удовлетворительно»;
- Неверно выполненная задача – оценка «неудовлетворительно».

3. Критерии оценивания устных ответов студентов:

- Верный и полный ответ на вопрос – оценка «отлично»;
- Верный и неполный ответ на вопрос – оценка «хорошо»;
- Неверный ответ на вопрос – оценка «неудовлетворительно».



7. Рефлексия (1 мин.)

Студенты группы отвечают на вопросы, задаваемые преподавателем:

- ✓ Что повторили на уроке?
- ✓ Что узнали нового?
- ✓ Что было для вас важным?
- ✓ Чему вы научились?
- ✓ Что было трудным?
- ✓ Какие чувства испытывали при решении задач с военно-патриотическим содержанием?
- ✓ Были ли Вам интересны решаемые задачи?
- ✓ Что было важным для Вас в процессе решения военно-патриотических задач?
- ✓ Как найти угол между векторами?
- ✓ Перечислите свойства скалярных векторов.

8. Выдача домашнего задания (2 мин.)

Повторить теорию по новой теме, решить задачи №№ 449, 454. Подготовьтесь к практической работе.

Литература

1. Атанасян Л.С. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. Организаций: базовый и углубл. уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2018. – 255 с.: ил. – (МГУ - школе).
2. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М., 2019. – 348 с.
3. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М., 2019. – 416 с.
4. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Электронный учеб.- метод. комплекс для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М., 2019. – 289 с.
6. Гусев В.А., Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. – М., 2020. – 541 с.
<https://www.biblio-online.ru/book/>
<https://e.lanbook.com/>